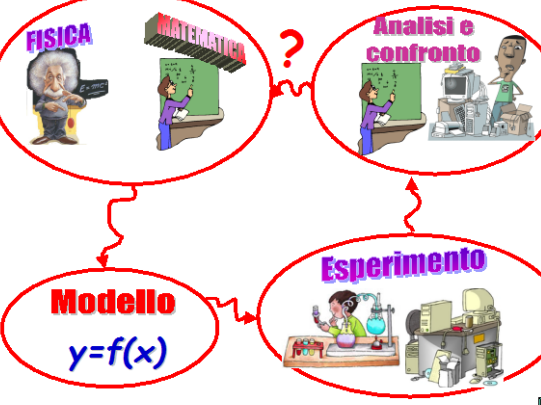
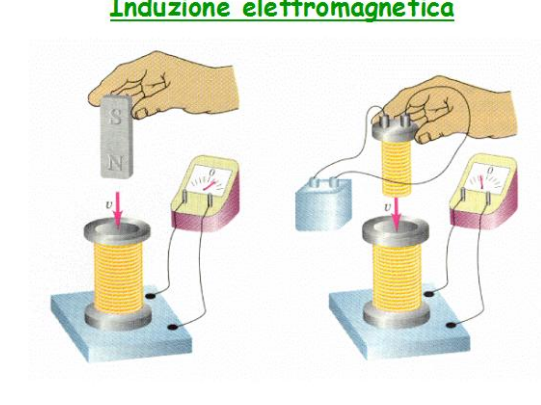
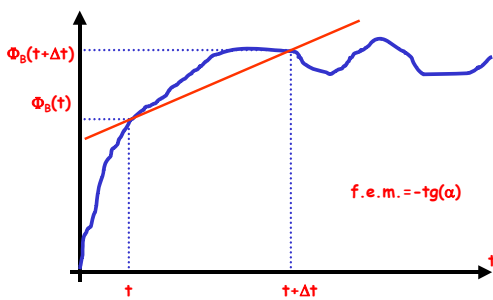
	<p>In questo lavoro si è preso lo spunto da una esperienza realizzata nel laboratorio di fisica, per mostrare come sia necessario il concorso di più discipline per lo studio di un qualsiasi fenomeno.</p> <p>Il fenomeno oggetto del nostro studio è quello della induzione elettromagnetica. Le discipline coinvolte nelle varie fasi dello studio sono la Fisica, la Matematica e l'Informatica.</p>
	<p>Il percorso seguito è stato il seguente:</p> <p>Utilizzando le conoscenze relative al fenomeno dell'induzione elettromagnetica ed al calcolo differenziale, è stato sviluppato il modello matematico relativo all' oggetto del nostro studio.</p> <p>Il modello matematico è stato poi sottoposto ad una verifica sperimentale. In questa fase è stato necessario integrare le conoscenze fisiche con quelle informatiche relative all'acquisizione automatica dei dati.</p>
	<p>Infine l'analisi dei dati sperimentali ha richiesto l'utilizzo di conoscenze fisiche e matematiche.</p> <p>Il fenomeno fisico preso in esame è quello della induzione elettromagnetica.</p> <p>Tale fenomeno consiste nel fatto che quando si verifica una variazione del flusso del campo magnetico concatenato con un circuito chiuso, in questo si induce una forza elettromotrice descritta dalla legge di Neuman Faraday Lenz.</p>

# Sviluppo del modello matematico

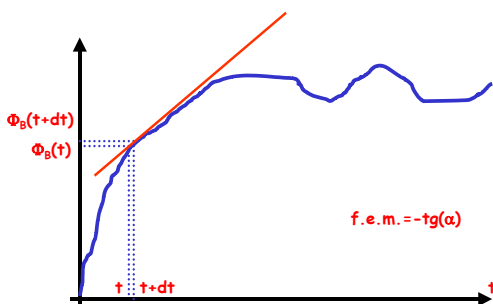
$$\text{f.e.m.}_{\text{media}} = \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = - \frac{\Phi_B(t) - \Phi_B(t+\Delta t)}{\Delta t}$$



Secondo la legge di Neuman Faraday Lenz, l'intensità della f.e.m. è pari alla velocità con cui varia il flusso del campo magnetico concatenato.

Se  $\Phi_B(t)$  è la funzione matematica che descrive il flusso in funzione del tempo allora il rapporto  $\Delta\Phi/\Delta t$  rappresenta il rapporto incrementale di  $\Phi(t)$  ovvero la pendenza della retta secante il grafico di  $\Phi(t)$  nei punti di ascissa  $t$  e  $t+\Delta t$ .

$$\text{f.e.m.}_{\text{ist}} = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi_B}{\Delta t} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$



Se, come nel nostro caso, siamo interessati ai valori istantanei della f.e.m. il  $\Delta t$  deve tendere a 0.

Al tendere di  $\Delta t$  a 0, la retta secante tende a diventare tangente.

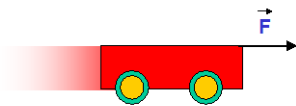
La pendenza di questa retta, che rappresenta la derivata di  $\Phi(t)$  rispetto al tempo, corrisponde alla f.e.m.

Induzione elettromagnetica

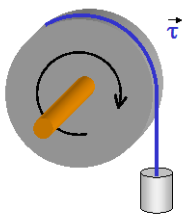
$$f.e.m._{ist} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Se ne conclude che la legge di Neuman Faraday Lenz può essere formulata in termini differenziali forma che leggiamo a fianco.

La f.e.m. indotta si calcola come la derivata, cambiata di segno, del flusso concatenato.



$$s = 1/2 * a * t^2$$



$$\theta = 1/2 * \alpha * t^2$$

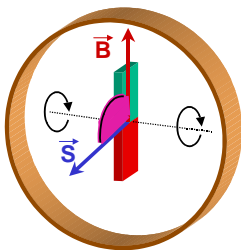
Prima di iniziare lo sviluppo del nostro modello matematico è opportuno richiamare alcuni concetti di meccanica.

Un corpo che subisce una forza F, trasla con moto uniformemente accelerato e il suo spostamento è descritto dall'equazione

$$s = 1/2 a t^2$$

Un corpo che subisce un momento torcente  $\tau$ , ruota con accelerazione angolare costante e il suo spostamento angolare è descritto dall'equazione

$$\theta = 1/2 \alpha t^2$$



$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$$

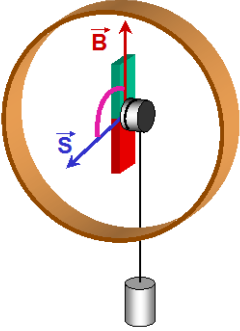
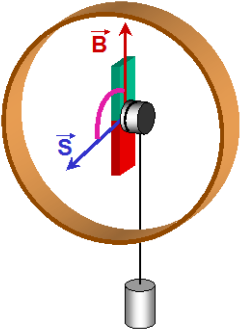
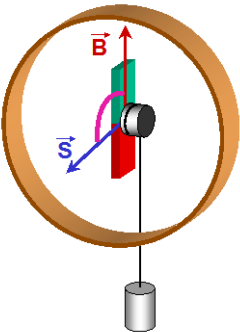
$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\theta)$$

Il modello matematico che abbiamo elaborato, si riferisce ad una situazione in cui un magnete, posto al centro di una bobina, viene messo in rotazione intorno ad un asse parallelo al piano della bobina.

Il campo magnetico prodotto dalla calamita si concatena con la superficie della bobina e genera un flusso

$$\Phi = B * S * \cos(\Theta)$$

Quando il magnete ruota, e con esso il vettore  $\mathbf{B}$ , il valore di  $\Theta$  varia nel tempo e di conseguenza varia anche il flusso del campo magnetico concatenato con la superficie della bobina.

 $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S}$ $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(\theta)$ $\theta = 1/2 \cdot \alpha \cdot t^2$ $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(1/2 \alpha t^2)$	<p>Se la rotazione del magnete è prodotta da un momento torcente come in figura, allora la legge oraria con cui cambia il flusso concatenato è:</p> $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(1/2 \alpha t^2)$
 $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(1/2 \alpha t^2)$ $fem_m = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ $fem = - \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ $fem = - \frac{d\Phi}{dt}$	<p>Questo flusso variabile genera nella bobina una f.e.m. indotta.          Per la legge di Neuman - Faraday - Lenz il valore istantaneo di questa f.e.m. si ottiene come derivata del flusso rispetto al tempo, cambiata di segno.</p>
 $\Phi = B \cdot S \cdot \cos(1/2 \alpha t^2)$ $fem = - \frac{d[B \cdot S \cdot \cos(1/2 \alpha t^2)]}{dt}$ $fem = \alpha \cdot t \cdot B \cdot S \cdot \sin(1/2 \alpha t^2)$	<p>Effettuando l'operazione di derivazione si ottiene l'espressione</p> $fem = \alpha \cdot t \cdot B \cdot S \cdot \sin(1/2 \alpha t^2)$

$$y = \alpha t \cdot B \cdot S \cdot \sin(1/2\alpha t^2)$$

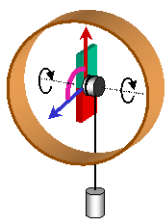
$y = at \cdot \sin(bt^2)$

Raggruppando le costanti si ottiene l'espressione

$$y = a \cdot t \cdot \sin(bt^2)$$

Questa equazione costituisce il modello matematico che descrive i valori istantanei della f.e.m. indotta nella bobina.

# Previsioni del modello matematico



$$y = at * \sin(bt^2)$$

Rotazione con accelerazione  $\alpha$  costante

Frequenza di rotazione crescente

Periodo di rotazione decrescente

$\sin(bt^2)$  deve essere una funzione con periodo decrescente

Alcune caratteristiche di questa funzione possono essere dedotte sulla base di considerazioni di carattere fisico.

Poiché il magnete ruota con accelerazione angolare costante, la sua velocità angolare, e quindi la sua frequenza di rotazione, aumenterà durante la caduta del pesetto. Di conseguenza il suo periodo di rotazione dovrà diminuire nel tempo.

Poiché la periodicità della nostra funzione dipende solo dalla funzione sinusoidale, è lecito aspettarsi che il periodo della funzione

$$y = \sin(bt^2)$$

non abbia un valore costante ma diminuisca al trascorrere del tempo.

<p><u>Periodicità</u></p> $y = \text{sen}(bx^2)$ $y(x+T) = y(x)$ $\text{sen}[b(x+T)^2] = \text{sen}(bx^2)$ $b(x+T)^2 - bx^2 = 2\pi$	<p>La periodicità di questa funzione è stata studiata imponendo che il valore che la funzione assume quando il suo argomento viene incrementato di un periodo T, non cambi.</p>
<p><u>Periodicità</u></p> $b(x+T)^2 - bx^2 = 2\pi$ $(x+T)^2 - x^2 = \frac{2\pi}{b}$ $\cancel{x^2} + T^2 + 2xT - \cancel{x^2} = \frac{2\pi}{b}$ $T^2 + 2xT - \frac{2\pi}{b} = 0$	<p>Dopo alcuni passaggi si trova che i valori del periodo T che soddisfano questa condizione, sono le soluzioni di una equazione di secondo grado i cui coefficienti dipendono da x che, a sua volta, rappresenta il tempo.</p>
<p><u>Periodicità</u></p> $T^2 + 2xT - \frac{2\pi}{b} = 0$ $T = -x \pm \sqrt{x^2 + \frac{2\pi}{b}}$ $T = \sqrt{x^2 + \frac{2\pi}{b}} - x$	<p>Poiché il periodo T deve essere una grandezza positiva, accettiamo solo la soluzione positiva.</p>

### Periodicità

$$T = \sqrt{x^2 + \frac{2\pi}{b}} - x$$

$$T' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{2\pi}{b}}} - 1$$

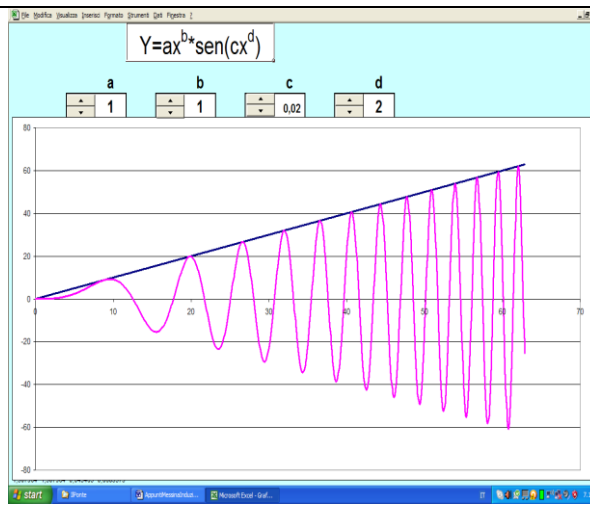
$T'$  sempre negativa  $\rightarrow$   $T$  decrescente

Studiando il segno della derivata prima di  $T$  si può facilmente dedurre che questa è sempre negativa.

Se ne deduce che il periodo della nostra funzione è sempre decrescente.

Grafico

Una verifica di questa deduzione può essere effettuata realizzando una rappresentazione grafica della nostra funzione.



Mediante un foglio Excel è stata realizzata una rappresentazione grafica di questa funzione a parametri variabili.

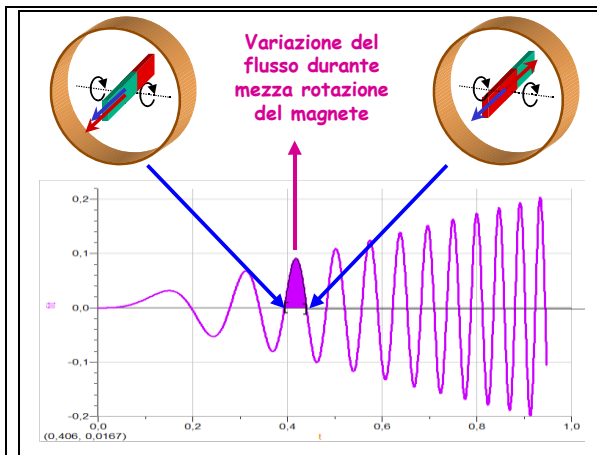
Tramite questo foglio si può facilmente dedurre che la funzione in esame ha come grafico una senoide la cui ampiezza è modulata da una funzione potenza  $ax^b$ .

Nel nostro modello l'esponente della potenza è  $b=1$  e la curva modulante è una retta.

Il parametro  $d$  determina la variabilità del periodo della senoide.

Per  $d=1$  il periodo è costante. Per  $d<1$  il periodo aumenta con  $x$ . Per  $d>1$  il periodo diminuisce con  $x$ .

In figura si vede l'andamento della funzione per  $b=1$  e  $d=2$  come nel nostro modello matematico.



Ci si aspetta inoltre che questa funzione goda di una particolare proprietà.

L'area compresa tra la curva e l'asse delle x in un semiperiodo qualsiasi, rappresenta la variazione che il flusso del campo magnetico concatenato subisce durante mezza rotazione del magnete.

Nei diversi semiperiodi questa variazione di flusso ha sempre lo stesso valore. Quello che cambia tra i diversi semiperiodi è solo la velocità con cui avviene questa variazione.

Ci si aspetta quindi che tutte queste aree abbiano lo stesso valore.

Per verificare questa ipotesi abbiamo calcolato questa area in un generico semiperiodo, utilizzando l'integrale definito.

$$A_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} at \cdot \text{sen}(bt^2) \cdot dt$$

Gli estremi di integrazione corrispondono a due zeri consecutivi della funzione.

### Zeri della funzione

$$y = ax \cdot \text{sen}(bx^2)$$

$$ax=0$$

$$x=0$$

$$\text{sen}(bx^2)=0$$

$$bx^2=k\pi$$

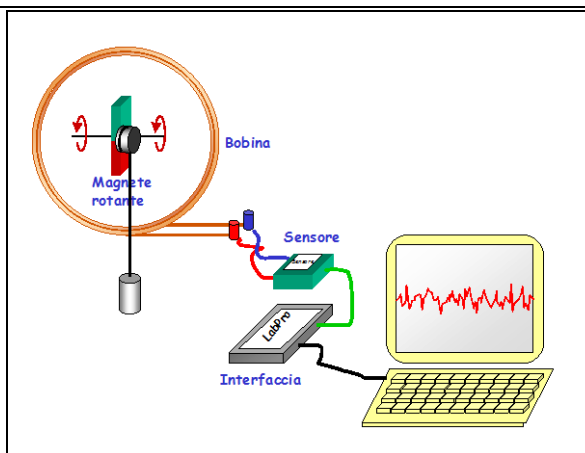
$$x = \sqrt{k\pi/b}$$

Gli zeri si calcolano facilmente applicando la legge di annullamento del prodotto.

Si osservi che per  $k=0$ , la seconda espressione comprende anche la prima.

$A_k = \int_{x_k}^{x_{k+1}} at \cdot \text{sen}(bt^2) \cdot dt$ $A_k = a \int_{x_k}^{x_{k+1}} t \cdot \text{sen}(bt^2) \cdot dt$ $A_k = \frac{a}{2b} \int_{x_k}^{x_{k+1}} 2b \cdot t \cdot \text{sen}(bt^2) \cdot dt$ $A_k = \left  -\frac{a}{2b} \cos(bt^2) \right _{x_k}^{x_{k+1}}$	<p>Una volta noti gli estremi di integrazione si è proceduto al calcolo dell'integrale.                  Questo può essere agevolmente calcolato riconducendo ad un'integrale del tipo</p> $\int f'(x) \text{sen}(f(x)) dx$
$A_k = \left  -\frac{a}{2b} \cos(bt^2) \right _{x_k}^{x_{k+1}}$ $A_k = \left  -\frac{a}{2b} \cos(bt^2) \right _{\sqrt{k\pi/b}}^{\sqrt{(k+1)\pi/b}}$ $A_k = \frac{a}{2b} \left[ -\cos b[(k+1)\pi/b] + \cos(bk\pi/b) \right]$ $A_k = \frac{a}{2b} \left[ -\cos[(k+1)\pi] + \cos(k\pi/b) \right]$	
$A_k = \frac{a}{2b} \left[ -\cos[(k+1)\pi] + \cos(k\pi/b) \right]$ <p><b>k pari</b> <math>\rightarrow A_k = \frac{a}{2b} \left[ -[-1] + 1 \right] = \frac{a}{b}</math></p> <p><b>k dispari</b> <math>\rightarrow A_k = \frac{a}{2b} \left[ -[1] + [-1] \right] = -\frac{a}{b}</math></p>	<p>Dopo alcuni passaggi si giunge al seguente risultato:</p> $A_k = \frac{a}{2b} \left[ -\cos[(k+1)\pi] + \cos(k\pi/b) \right]$ <p>Per k pari si ottengono le aree sopra l'asse x e per k dispari quelle sotto l'asse x.</p> <p>Come si vede a fianco, i valori assoluti di queste aree sono uguali e il loro valore è dato dal rapporto tra i parametri <i>a</i> e <i>b</i> presenti nella equazione.</p>

# Verifica sperimentale delle previsioni del modello matematico



A fianco è rappresentato lo schema del dispositivo sperimentale utilizzato.

Al centro di una grossa bobina è posto il magnete, messo in rotazione dal pesetto.

La f.e.m. che si genera alle estremità della bobina viene rilevata da un sensore di tensione. L'uscita del sensore viene inviata ad una interfaccia che trasforma il segnale analogico proveniente dal sensore in un segnale digitale che viene inviato ad un computer.

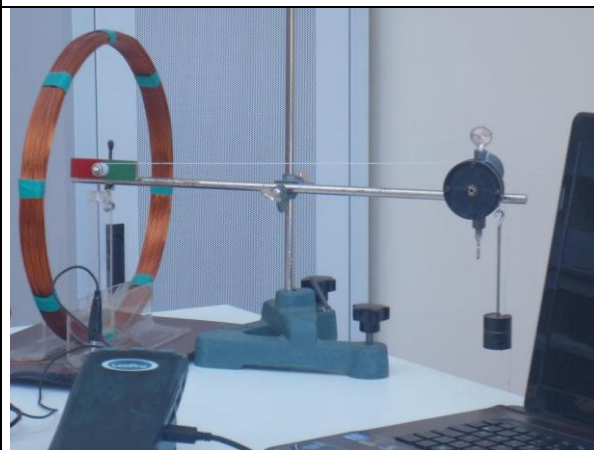
Qui il software di gestione dell'intero sistema provvede a memorizzare i dati provenienti dall'interfaccia e a visualizzarli sia in forma tabellare che in forma grafica.



In questa slide vediamo tutto il materiale utilizzato per realizzare la fase sperimentale



Il materiale di laboratorio è stato montato secondo lo schema visto in precedenza.



Qui vediamo particolare del pesetto che esercita un momento torcente sul magnete che, una volta liberato, si mette in rotazione.



La rotazione del magnete produce una variazione del flusso concatenato con la bobina.  
La variazione di flusso genera, a sua volta, una f.e.m. indotta che viene rilevata dal sistema sensore – interfaccia.

# Sistema di acquisizione dati (facoltativo)

## Sensore



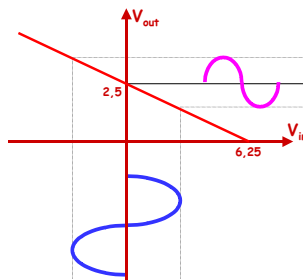
### Funzione di trasferimento

$$V_{out} = -0,4(V_{in} - V_{ref}) + 2,5$$

Linearità: 0,01%

Tensione di ingresso:  $\pm 6V$

Tensione di uscita: 0/5V



Un sistema di acquisizione automatica di dati, trasforma un segnale analogico in uno digitale che possa essere opportunamente elaborato da un computer.

Il primo dispositivo del nostro sistema di acquisizione è un sensore di tensione differenziale.

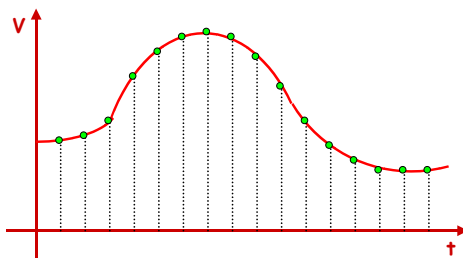
Un sensore è un dispositivo che trasforma una grandezza fisica in una tensione il cui valore è legato alla grandezza in ingresso da una relazione detta funzione di trasferimento.

La funzione di trasferimento del nostro sensore permette di trasformare una tensione in ingresso compresa tra  $-6V$  e  $+6V$  in una tensione di uscita compresa tra  $0V$  e  $5V$ .

La sua linearità è sufficientemente elevata da garantire che il segnale di tensione in uscita e quello in ingresso abbiano la stessa forma.

Il segnale di tensione in uscita al sensore viene inviato all'interfaccia per essere convertito in forma digitale.

## Campionamento

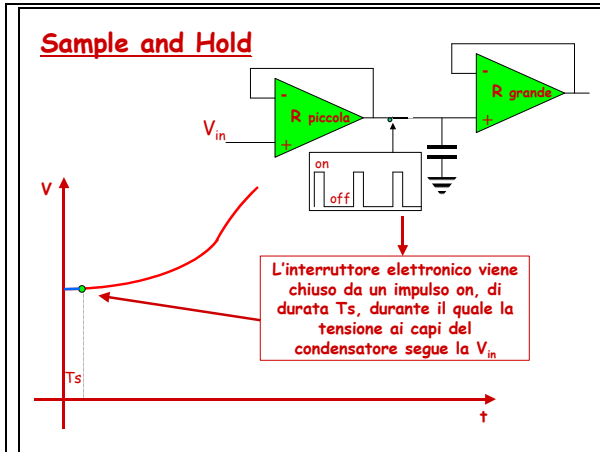


Il primo passo del processo di conversione in forma digitale è rappresentato dal campionamento del segnale analogico.

Il campionamento consiste nel rilevare, ad intervalli di tempo fissi, il valore istantaneo del segnale analogico. Tali valori istantanei devono poi essere convertiti in forma digitale.

Il processo di conversione digitale richiede però un tempo finito. Durante questo intervallo di tempo il valore del segnale analogico non deve cambiare.

Non è quindi sufficiente che il segnale analogico venga semplicemente campionato. E' necessario che il valore campionato venga mantenuto costante fino al successivo campionamento, per permettere una corretta operazione di conversione digitale.



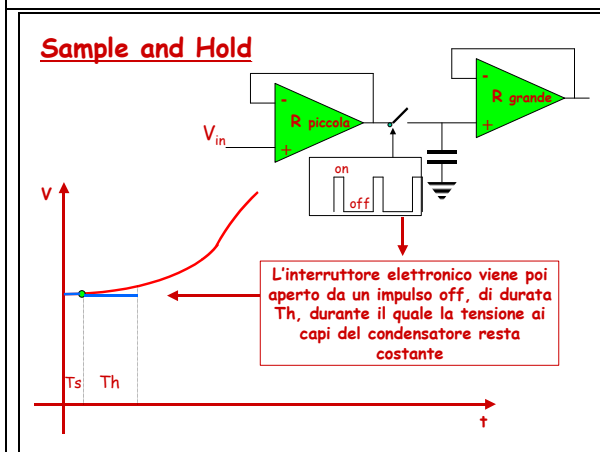
Il dispositivo che consente il campionamento con successivo mantenimento del valore campionato è il circuito Sample & Hold.

Un interruttore elettronico viene alternativamente aperto e chiuso da un treno di impulsi on-off.

Quando l'interruttore viene chiuso, la tensione in ingresso carica un condensatore attraverso una resistenza di valore molto basso.

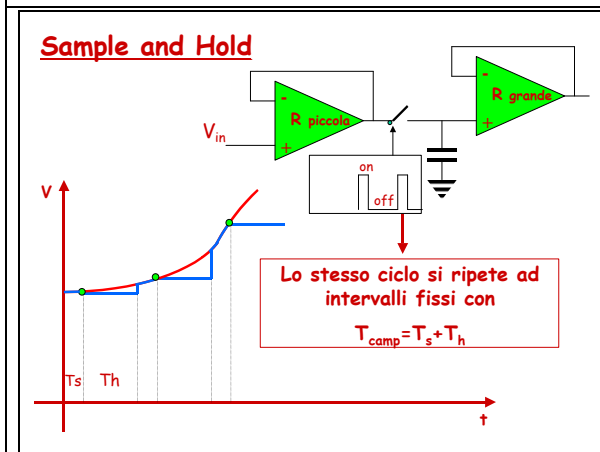
In queste condizioni la carica del condensatore è molto rapida e la sua tensione segue quella di ingresso.

Il tempo di chiusura dell'interruttore, sample time, è molto piccolo, dell'ordine di qualche centinaio di nanosecondi.



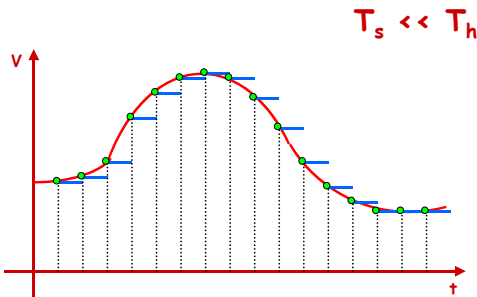
Alla successiva apertura dell'interruttore, il condensatore dovrebbe scaricarsi attraverso la resistenza di uscita. Questa resistenza ha però un valore talmente elevato che la scarica avviene in tempi lunghissimi, cosicché la tensione ai capi del condensatore è praticamente costante.

E' durante questo intervallo di tempo, hold time, che il convertitore A/D converte il valore di tensione in forma digitale.



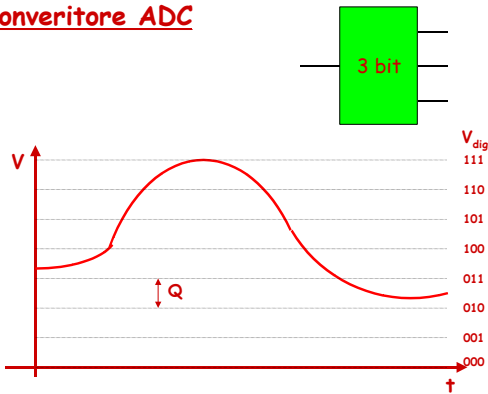
Il tempo complessivo di campionamento è la somma del tempo di sample e quello di hold.

**Campionamento**



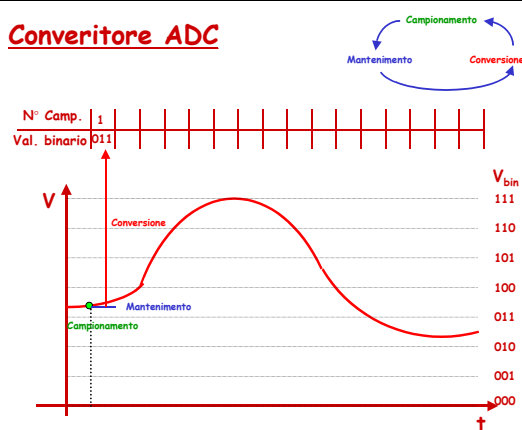
Il tempo di sample è, in genere, molto più piccolo del tempo di hold.  
 In queste condizioni il segnale analogico in ingresso diventa, in uscita, un segnale a gradini.

**Convertitore ADC**

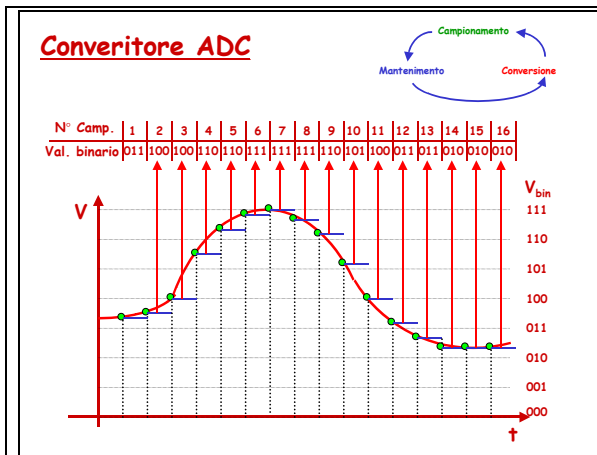


Ciascun campione viene inviato al convertitore A/D che provvede a trasformarlo in forma binaria.  
 In questa slide è rappresentato il processo di conversione effettuato con un convertitore a 3 bit, il quale fornisce in uscita uno tra 8 possibili numeri binari. Questi 8 numeri binari permettono di suddividere l'intero campo di misura in 8 livelli e 7 intervalli. La larghezza di ciascun intervallo costituisce il quanto, cioè la più piccola variazione del segnale analogico che può essere riportata in uscita. Il valore del quanto dipende dal valore del fondo scala.

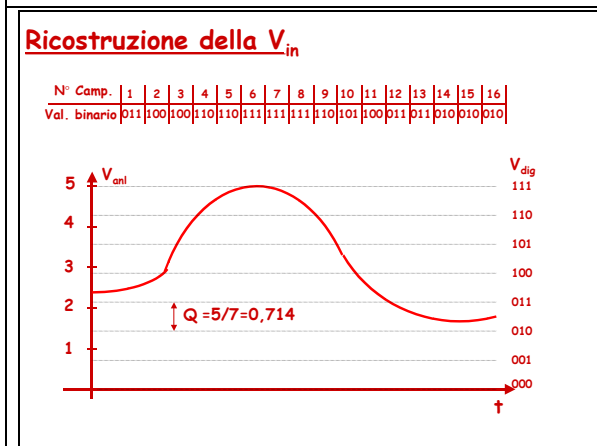
**Convertitore ADC**



Un ciclo di conversione è costituito dal campionamento, mantenimento del valore campionato e conversione del valore campionati in forma digitale.  
 Quest'ultimo processo consiste nell'associare a ciascun campione un numero binario corrispondente al livello più vicino al valore analogico del campione.



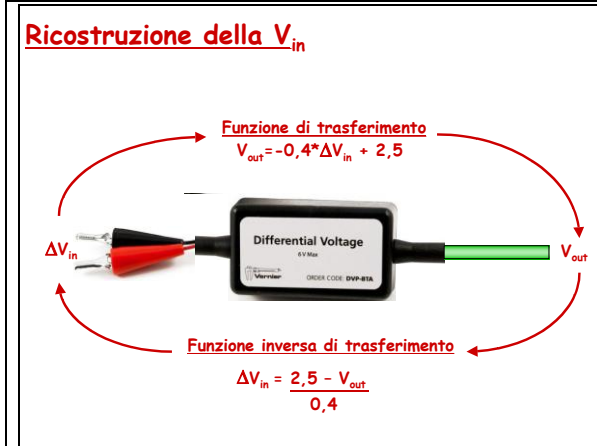
Lo stesso ciclo viene ripetuto per tutti i campioni.



La conversione analogico digitale produce una serie di numeri binari che devono essere ulteriormente elaborati per produrre in uscita informazioni intelligibili e rappresentabili in forma tabellare o grafica.

Trasformando il numero binario associato a ciascun campione in forma decimale, si ottiene il numero del livello su cui si trova il campione.

Moltiplicando questo valore per il quanto si ottiene il valore decimale e quantizzato del campione in ingresso al convertitore.



Questo valore corrisponde al valore istantaneo di tensione in uscita al sensore che, a sua volta, corrisponde al valore del segnale in ingresso al sensore, condizionato mediante la funzione di trasferimento del sensore stesso.

Per risalire al segnale di ingresso occorre quindi operare sulla  $V_{out}$  mediante la funzione inversa di trasferimento.

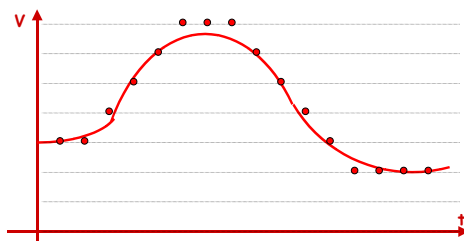
### Ricostruzione della $V_{in}$



$V_{binario}$	$V_{decimale}$	$V_{out} = V_{dec} \cdot Q$	$\Delta V_{in} = (2,5 - V_{out}) / 0,4$
011	$0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3$	$3 \cdot 5 / 7 = 2,14$	0,89
100	$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4$	$4 \cdot 5 / 7 = 2,86$	-0,89
100	$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 4$	$4 \cdot 5 / 7 = 2,86$	-0,89
110	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6$	$6 \cdot 5 / 7 = 4,26$	-4,46
110	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6$	$6 \cdot 5 / 7 = 4,26$	-4,46
111	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$	$7 \cdot 5 / 7 = 5$	-6,25
111	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$	$7 \cdot 5 / 7 = 5$	-6,25
111	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 7$	$7 \cdot 5 / 7 = 5$	-6,25
110	$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6$	$6 \cdot 5 / 7 = 4,26$	-4,46
101	$1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 5$	$5 \cdot 5 / 7 = 3,57$	-2,68

Questa tabella illustra i passaggi necessari per ricostruire il valore analogico in ingresso a partire dal numero binario prodotto dal convertitore A/D.

### Ricostruzione della $V_{in}$



Il processo di conversione A/D introduce un errore di quantizzazione

$$\epsilon_q = \pm Q/2$$

Il processo di conversione trasforma il segnale analogico continuo, in un segnale discreto e quantizzato. Questo fa sì che ciascun valore in uscita sia affetto da un errore massimo, pari al valore di mezzo quanto. Questo errore prende il nome di errore di quantizzazione. A causa di questo errore, insito nel processo di conversione, il segnale di uscita non riproduce fedelmente il segnale di ingresso.

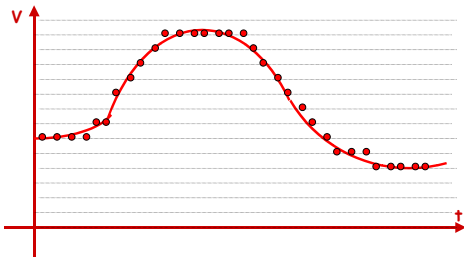
### Ricostruzione della $V_{in}$



Il segnale campionato è tanto più fedele al segnale analogico quanto più numerosi sono i livelli di quantizzazione e quanto più elevata è la frequenza di campionamento

Affinché il segnale di uscita approssimi meglio quello in ingresso è necessario che il campo di misura venga suddiviso in un maggior numero di livelli. Questo si ottiene utilizzando un convertitore a più bit di uscita.

### Ricostruzione della $V_{in}$



Il segnale campionato è tanto più fedele al segnale analogico quanto più numerosi sono i livelli di quantizzazione e quanto più elevata è la frequenza di campionamento

Affinché il segnale di uscita approssimi meglio quello in ingresso è necessario che il campo di misura venga suddiviso in un maggior numero di livelli.

Questo si ottiene utilizzando un convertitore a più bit di uscita.



Convertitore Analogico/Digitale  
12 bit  $\rightarrow$  4096 livelli di quantizzazione

Risoluzione tensione di uscita  
3mV

Frequenza massima di campionamento  
50000 c/s

Frequenza di campionamento utilizzata  
1000 c/s

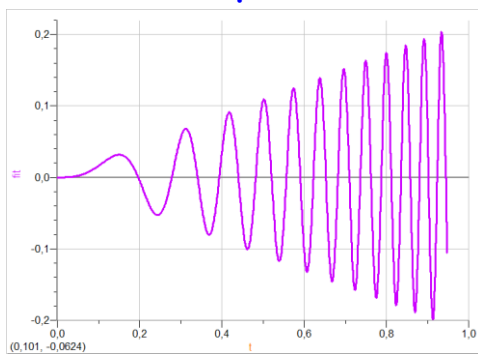
Il convertitore utilizzato dalla nostra interfaccia ha 12 bit di uscita, pertanto l'intero campo di misura è suddiviso in  $2^{12}=4096$  livelli.

Per migliorare l'approssimazione del segnale di uscita occorre anche aumentare la frequenza del campionamento.

Quest'ultima deve essere scelta trovando un giusto compromesso tra la frequenza minima di campionamento prevista dal teorema di Shannon e la necessità di non impegnare troppa memoria con un eccessivo sovracampionamento.

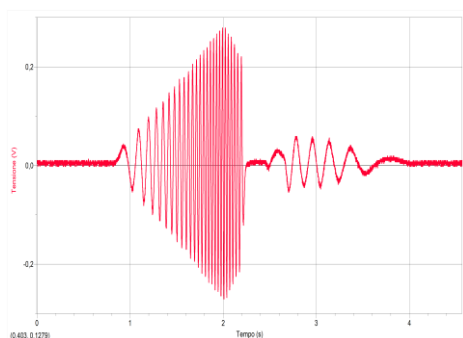
# Analisi dei risultati sperimentali

**Grafico previsto**



In questa figura è rappresentato il grafico previsto dal modello matematico.

**Risultato della misurazione**



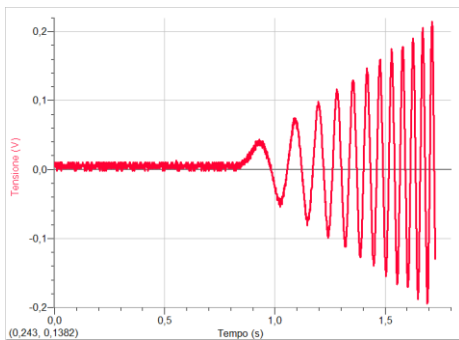
Questo è invece il grafico ottenuto sperimentalmente.

La durata della misurazione è stata maggiore del tempo di caduta del pesetto.

La “coda” di questo grafico è relativa al rimbalzo irregolare del pesetto dopo aver raggiunto la posizione di fine corsa.

Questi dati non sono significativi e vanno eliminati.

### Risultato della misurazione



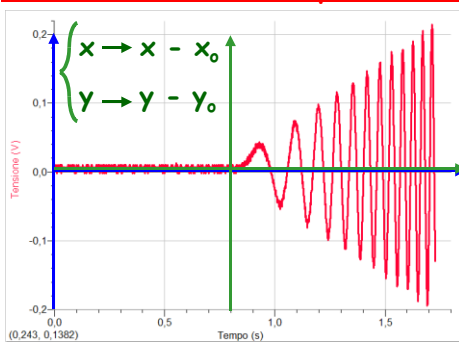
Non disponendo di un dispositivo di sincronismo tra l'avvio della rilevazione e la partenza del magnete, si è dovuto avviare la rilevazione in anticipo rispetto all'istante in cui il magnete viene lasciato libero di ruotare.

Questo spiega la parte iniziale piatta del grafico.

Si noti come il grafico ottenuto è leggermente asimmetrico rispetto all'asse x. Questo effetto è dovuto ad un errato offset del nostro sensore che non siamo riusciti ad eliminare.

Questa curva sperimentale è simile a quella ottenuta dal nostro modello teorico, tuttavia per rendere quantitativo il confronto tra le due curve è necessario riferirle allo stesso sistema di assi cartesiani.

### Traslazione della curva sperimentale

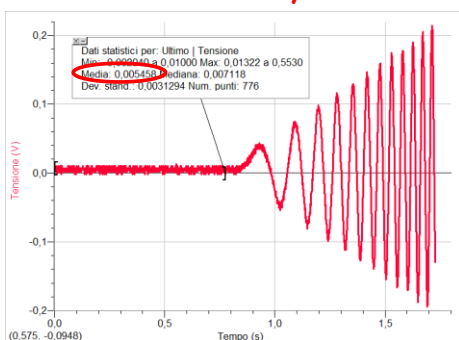


L'origine di questo sistema di assi cartesiani deve coincidere con l'istante in cui ha inizio la rotazione del magnete.

In questo istante anche la f.e.m. indotta deve essere nulla.

Per ottenere questo risultato occorre traslare la curva sperimentale sia verticalmente che orizzontalmente.

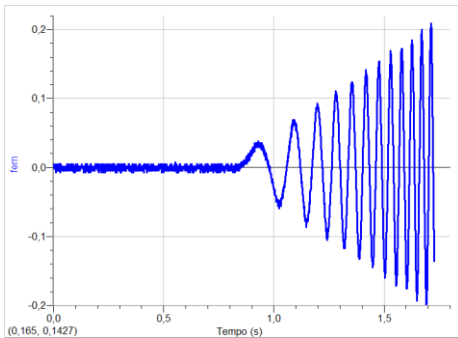
### Calcolo di $y_0$



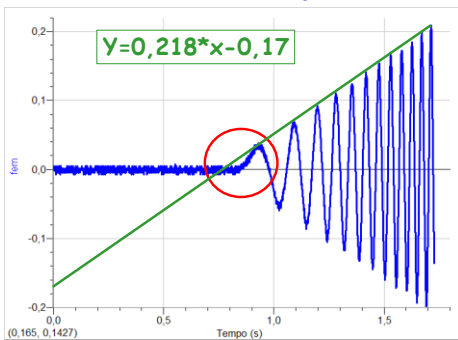
Per valutare l'entità della traslazione verticale è stata calcolata la media  $y_0$  dei valori rilevati durante la pausa iniziale.

Tutti i valori rilevati sono stati poi decrementati di  $y_0$  ottenendo come risultato una traslazione in basso dell'intera curva.

Curva sperimentale traslata in basso



Calcolo di  $x_0$

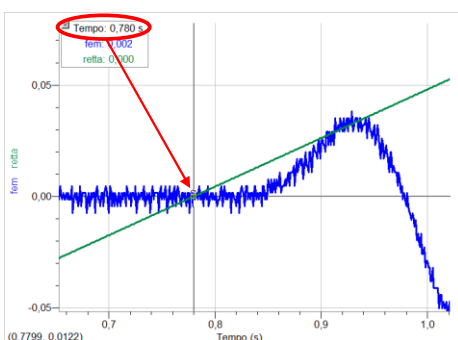


Per valutare l'entità della traslazione orizzontale è necessario individuare l'istante in cui ha inizio la rotazione del magnete.

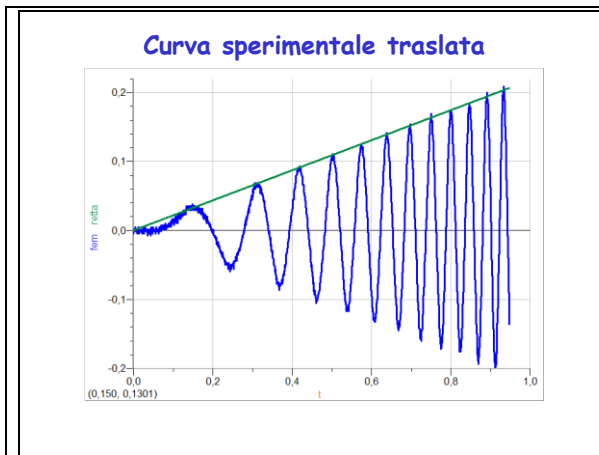
Per ottenere questo risultato è stata tracciata la retta che modula i massimi.

Sulla base del modello matematico, questa retta e la curva sperimentale hanno la stessa origine.

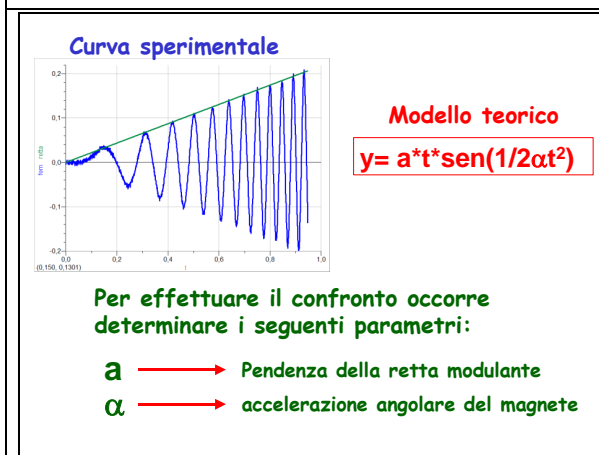
Calcolo del vettore di traslazione orizzontale



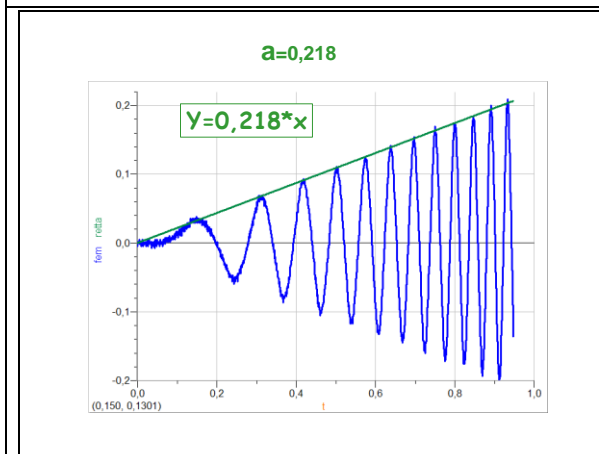
L'intersezione tra questa retta e la curva sperimentale individua l'istante in cui ha inizio la rotazione del magnete.



Tutti i valori di  $t$  sono stati decrementati di  $x_0$ , ottenendo così la traslazione orizzontale richiesta.

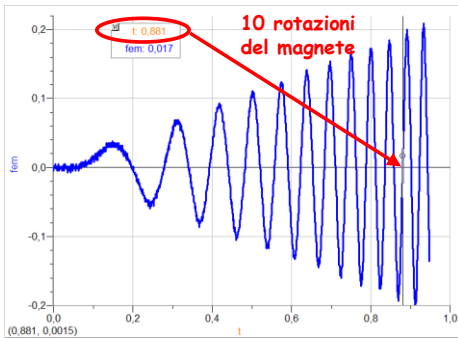


A questo punto non resta che confrontare la curva sperimentale con quella ottenuta dal modello teorico. Per realizzare la curva teorica abbiamo ancora bisogno di determinare i parametri  $a$  e  $\alpha$ .



Il parametro  $a$  corrisponde alla pendenza della retta modulante. Questo parametro è già stato valutato precedentemente.

Misura della accelerazione angolare



Il parametro  $\alpha$  è stato dedotto rilevando, dal grafico sperimentale, la durata di 10 rotazione del magnete.

Misura della accelerazione angolare

$$\theta = 1/2 * \alpha * t^2$$

$$\alpha = 2 * \theta / t^2$$

$$\alpha = 2 * 20\pi / t^2$$

$$\alpha = 2 * 20\pi / (0.881)^2$$

$$\alpha = 162 \text{ rad/s}^2$$

Le 10 rotazioni del magnete corrispondono ad un angolo di rotazione pari a  $20\pi$  radianti.

Utilizzando l'equazione:

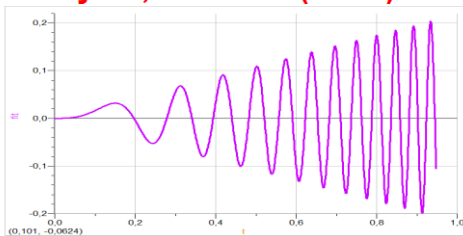
$$\theta = 1/2 \alpha t^2$$

è stato calcolato il valore di  $\alpha$  come mostrato nella slide.

Modello teorico

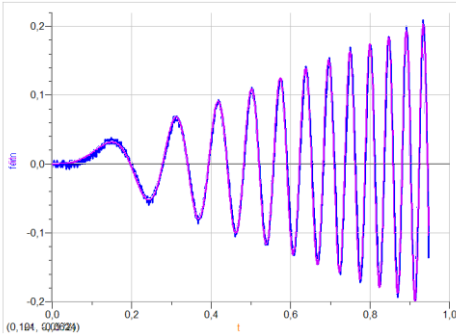
$$y = a * t * \text{sen}(1/2 \alpha t^2)$$

$$y = 0,218 * t * \text{sen}(81 * t^2)$$



Ora è possibile rappresentare graficamente l'equazione ottenuta teoricamente.

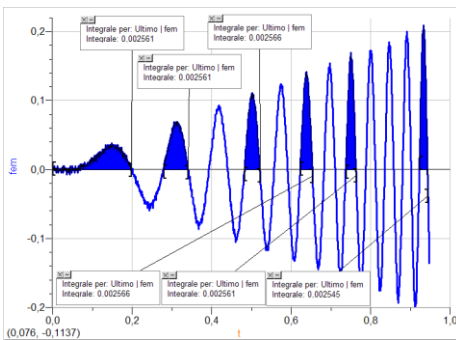
Curva sperimentale      Fit teorico



Sovrapponendo il grafico sperimentale e quello teorico si osserva un perfetta aderenza dei due grafici.

Questo conferma la bontà della nostra elaborazione teorica e sperimentale.

Variatione di flusso in ogni semiperiodo



Valore teorico  $A_k = a/b = 0,218/81 = 0,00269$

Una ulteriore conferma di questa bontà deriva dal calcolo delle aree sottostanti la curva sperimentale in diversi semiperiodi.

I valori di queste aree sono, entro i limiti sperimentali, uguali tra loro ed uguali al valore previsto dal modello teorico.

Lo scarto percentuale tra valore teorico e valore sperimentale, non supera il 5%.